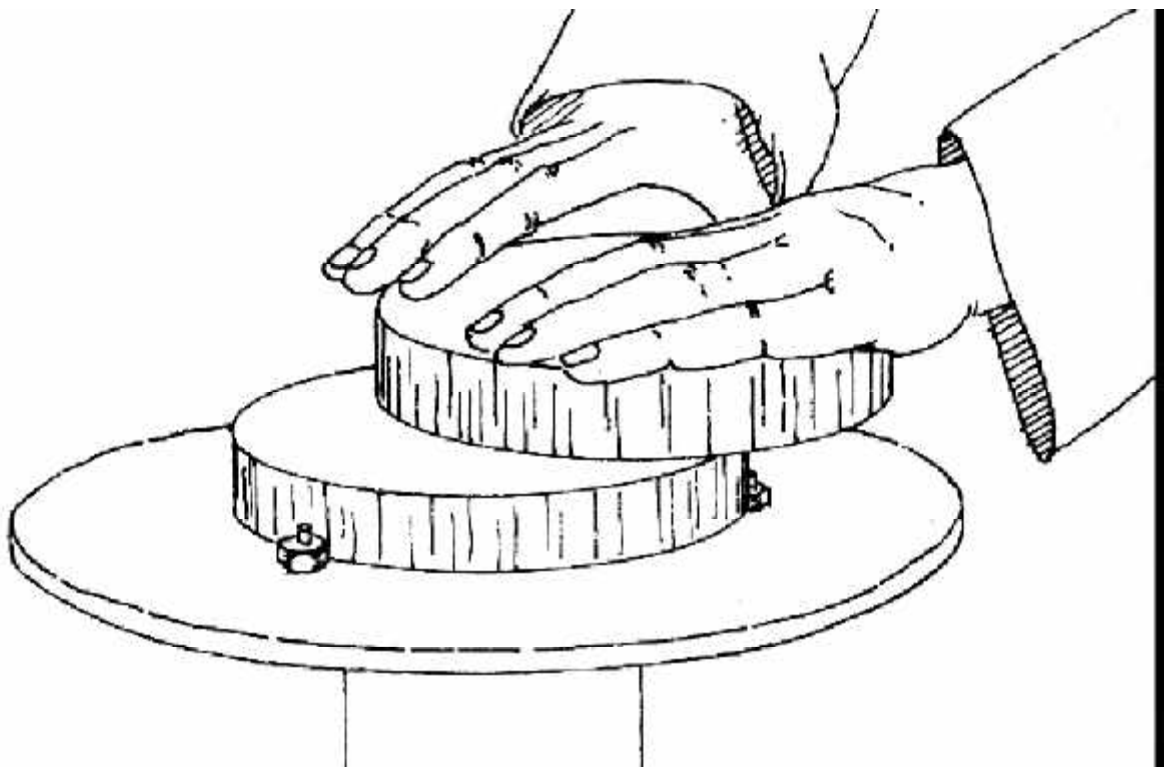


Physikalische Untersuchung des Schleifprozesses handgefertigter Teleskopspiegel



Wettbewerb "Jugend Forscht" 2005

Katja Miller (16 Jahre)

**Arbeitsgemeinschaft "Jugend Forscht"
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg
Leitung: StD Thomas Biedermann**

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	3
2.	Spiegelschliff	3
2.1	Technik	3
2.2	Sphärische Form	4
2.3	Analyse des Schleifprozesses	4
3.	Oberflächenmessung	7
3.1	Aufbau	7
3.2	Durchführung und Ergebnisse	8
3.3	Präzisierung der Oberflächenmessung	9
3.4	Durchführung und Ergebnisse	9
4.	Programm	10
4.1	Ergebnisse	12
4.1.1	Druck und Geschwindigkeit	12
4.1.2	Abtrag	12
4.1.3	Berechnung ohne Randübertritt	14
4.1.4	Variation der Parameter	14
5.	Zusammenfassung der Ergebnisse	15
	Quellen	15
	Danksagung	15

1. Einleitung

Während der Präsentation meines Vorjahresprojektes kam im Gespräch immer wieder die Frage auf, warum eigentlich bei einer gradlinigen Schleifbewegung zwingend – unabhängig von unberechenbaren Faktoren, die durch den Schleifenden entstehen – ein sphärischer Spiegel entstehen muss. So wird trotz einiger Angaben zur Länge der Schleifbewegung, dem Druck und der Druckverteilung jeder Schleifende eine eigene Technik entwickeln. Trotzdem bleibt die Spiegelform dadurch unverändert sphärisch. Mehr noch. Es ist sogar möglich sehr präzise die Brennweite des Spiegels zu beeinflussen, so dass zwei nahezu gleiche Spiegel gefertigt werden können.

Da ich in der Literatur keine Antworten auf diese Frage finden konnte, werde ich in dieser Arbeit nun einige Erklärungsversuche zu den doch merkwürdigen Ergebnissen eines Schleifvorganges liefern.

2. Spiegelschliff

2.1 Technik

Für das Handschleifen eines Spiegels benötigt man eine sehr solide Halterung, in die eine von zwei planen Glasscheiben waagrecht eingespannt wird. Diese Scheibe wird als Gegenstück bezeichnet. Der eigentliche Spiegel wird mit einer geraden Bewegung über den Mittelpunkt des Gegenstückes hin- und herbewegt. Diese als „Strich“ bezeichnete Bewegung kann in einigen Fällen auch exzentrisch oder noch anders verlaufen. Der Spiegel wird beim Schleifen nur am Rand angefasst, um eine möglichst gleichmäßige Verteilung des Druckes zu erreichen (siehe Abb. 1). Während eines Striches wird der Spiegel langsam mit den Händen in eine

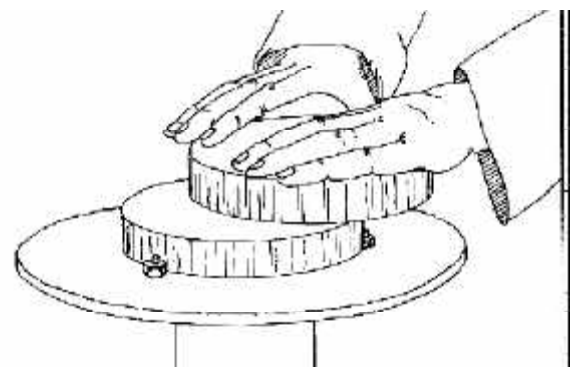


Abb. 1: Handhaltung beim Spiegelschliff, Quelle [4]

Während eines Striches wird der Spiegel langsam mit den Händen in eine Richtung gedreht, nach 5 bis 10 Strichen macht der Schleifende einem kleinen Schritt in entgegengesetzter Richtung um den Schleiftisch herum (siehe Abb. 2). Die Striche sollten in der Anfangsphase möglichst lang sein, später aber, wenn die sphärische Form erreicht ist, nur noch ein Drittel des Radius betragen. Zwischen die Glasscheiben kommt mit Wasser angerührtes Karborundum als Schleifmittel. Dies ist eine Mischung aus Siliziumcarbid, Wetzsteinpulver und Korundpulver und in den verschiedensten Korngrößen zu haben. Während des Schleifens, das mehrere Stunden dauert, verringert man allmählich die Korngröße, bis die Oberfläche keine sichtbaren Löcher und Kratzer mehr aufweist. Da das Schleifmittel lose zwischen den Glasscheiben liegt, arbeitet es nicht wie Schleifpapier, sondern rollt zwischen den Scheiben und drückt mit seinen scharfen Kanten kleine Splitter aus dem Glas, die umso kleiner sind, je kleiner auch das Schleifmittel ist. Nach kurzer Zeit muss das stumpfe und mit Glassplittern durchsetzte Schleifmittel deshalb ausgetauscht werden.

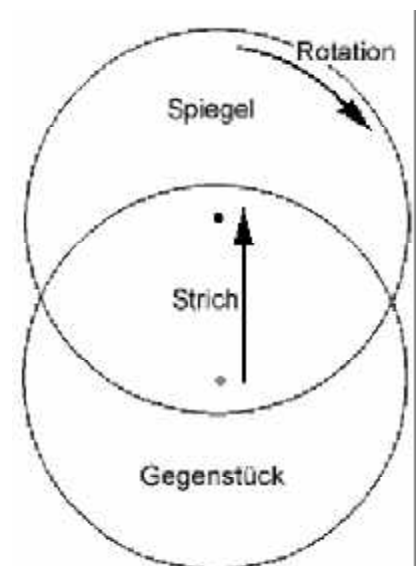


Abb. 2: Bewegungen beim Schleifen

2.2 Sphärische Form

Die sphärische Form erklärt sich nach Quelle [1] folgendermaßen. Bewegt man zwei Flächen übereinander, so bilden sich die Oberflächenformen automatisch so, dass beide Flächen immer gleichmäßig Kontakt haben und jegliche Erhöhungen aufgrund des auftretenden höheren Drucks an diesen Stellen sofort abgetragen werden. Da eine ebene Fläche eine Kugeloberfläche mit dem Radius unendlich ist, gilt diese Aussage auch für den Anfang des Schleifprozesses.

„Bei willkürlicher Verschiebung einer Fläche gegen eine andere bleiben in allen Punkten nur zwei kugelige Flächen gleicher Krümmung [...] in Berührung. Solange die sich reibenden Flächen keine kugelige Form gleicher Krümmung erhalten haben, werden hervorstehende Punkte, Gebiete und Zonen besonders schnell abgeschliffen, bis auch diese Gebiete eine Kugelform haben.“ [1]

Die zweite Theorie behauptet, dass die Ursache des unterschiedlichen Abtrages beim Schleifen die durch den Randübertritt entstehende Druckdifferenz sei.

„Der Grund dieses interessanten Vorgangs liegt zur Hauptsache darin, daß bei den [...] Schleifbewegungen das Zentrum der Scheibe, des Spiegels also, stets dem stärkeren Druck ausgesetzt ist, als der Rand, während bei der unteren Scheibe, der Schleifschale, der Rand mehr beansprucht wird und deshalb mehr ausschleift.“ [4]

Das klingt nach einer plausiblen Erklärung, aber trotzdem werfen hier Fragen auf. Zuerst einmal geht Quelle [1] von einem Schliff durch Maschinen aus, die immer einen gleichmäßigen Druck ausüben. Schleift man aber von Hand, so ist es nahezu unmöglich den Druck konstant zu halten, nicht nur, weil der Spiegel während eines Striches der kugelförmigen Oberfläche folgt und damit etwas „kippt“, sondern auch, weil die Schleifbewegungen über den Rand des Gegenstückes hinausgehen. Bei gleichmäßiger Druckverteilung würde das Werkstück einfach herunterkippen, folglich gleicht der Schleifende seinen Druck der Situation an. Die zweite Frage ist, warum eigentlich ein Werkstück von der ebenen Form in eine sphärische übergehen sollte. Der Randübertritt kann nicht die einzige Ursache sein, da auch plane Flächen mit Randübertritt geschliffen werden. Des Weiteren ist nach Angaben derselben Quelle die weitere Verwendung des Gegenstückes als optisches Gerät nach dem Schleifen nicht möglich, da sich eben keine sphärische Oberfläche ausbildet. Die Oberfläche hat eine leichte Überhöhung im Abstand von etwa einem Drittel des Radius zur Mitte. Diese Phänomene werden in keiner mir bekannten Literatur erklärt. Im Verlauf der Arbeit werde ich mit meinem Programm zeigen, dass die Annahmen, die sphärische Oberfläche entstünde durch „Anpassung der Oberflächen“ aneinander oder durch die Druckdifferenzen falsch ist.

2.3 Analyse des Schleifprozesses

Der Abtrag des Spiegels beim Schleifprozess lässt sich bei zwei ebenen Flächen über folgende Gleichung - die so genannte Preston-Gleichung - bestimmen:

$$d / dtz_{(r,t)} = K_{(t)} P_{(r,t)} v_{(r,t)} \quad (1)$$

Nach dieser Gleichung, für die es keinen Beweis gibt und die lediglich durch Studien bestätigt wurde, hängt der Abtrag also abgesehen von der Zeit im Wesentlichen von der Relativgeschwindigkeit v und

dem Anpressdruck P ab. K bezeichnet eine Konstante, die alle weiteren Faktoren, wie Härte des Werkstückes, Schleifmittel, Temperatur usw. enthält. [2]

Um den Spiegelschliff zu analysieren, ist es sinnvoll, ihn in seine einzelnen Bewegungen zu zerlegen, da das Integral

$$z = \int K_{(t)} P_{(r,t)} v_{(r,t)} dt \quad (2)$$

in meinem Fall einem Schleifprozess mit Randübertritt zu kompliziert wäre, um es algebraisch zu lösen. Um das Ganze nochmals zu vereinfachen, werde von einer Schleifbewegung mit Länge des Radius ausgehen, was beim realen Schleifprozess genau wie die Drittelstriche zu einem sphärischen Spiegel führt.

Außerdem müssen eine Reihe weiterer Faktoren vernachlässigt werden. Dazu gehören:

- sphärische Form der Oberfläche
- unterschiedliche Form von Spiegel und Gegenstück
- ungleichmäßige Verteilung des Schleifmittels in Folge der gekrümmten Oberfläche
- Viskosität des Schleifmittels
- Einfluss einer Änderung der Rotationsgeschwindigkeit auf den Druck

Ob sich mit diesen Vernachlässigungen ein sphärischer Spiegel erzeugen lässt, wird die Simulation (Kapitel 4) zeigen.

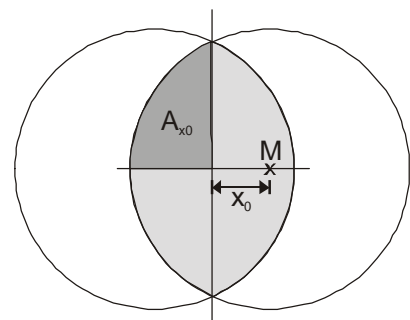
Die erste Teilbewegung ist die Translation. Sie hat auf den unterschiedlichen Abtrag keinen direkten Einfluss, da die Translationsgeschwindigkeit zu jeder Zeit an jedem Punkt auf dem Spiegel gleich ist. Da das Schleifen aber mit Randübertritt des Spiegels über sein Gegenstück geschieht, ändern sich dadurch die Kontaktfläche der Glasscheiben.

Das bedeutet zu erst mal, dass der Abtrag nur an Stellen stattfinden kann, an denen sich die Glasscheiben berühren. Auf Grund der leichten Rotation ist die Abhängigkeit der Kontaktzeit vom Radius nur annähernd linear, aber bei Punkten in der Spiegelmitte findet immer ein Abtrag statt, bei Punkten in Randnähe sehr viel seltener.

Der zeitabhängige Randübertritt ist aber auch ein wichtiger Faktor für den Druck, da sich der vom Schleifenden ausgeübte Gesamtdruck auf eine kleinere Fläche verteilt. Ein Viertel der gesuchten Kontaktfläche A wird durch das folgende Integral beschrieben, wobei x_0 die Hälfte des Abstandes der Spiegelmittelpunkte und r die Radien angibt. [3]

$$A = \int_{x_0}^r \sqrt{r^2 - x^2} dx \quad (3.1)$$

$$= \left[\frac{1}{2} x \sqrt{r^2 - x^2} + r^2 \arcsin \frac{x}{r} \right]_{x_0}^r \quad (3.2)$$



Durch Auflösen ergibt sich so für die Fläche A_{x_0}

$$A_{x_0} = \frac{1}{2} r \sqrt{r^2 - x_0^2} + r^2 \arcsin \frac{x_0}{r} - \left(\frac{1}{2} x_0 \sqrt{r^2 - x_0^2} + r^2 \arcsin \frac{x_0}{r} \right) \quad (4.1)$$

$$= r^2 \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} x_0 \sqrt{r^2 - x_0^2} - r^2 \arcsin \frac{x_0}{r} \quad (4.2)$$

$$= r^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{x_0}{r} \right) - \frac{1}{2} x_0 \sqrt{r^2 - x_0^2} \quad (4.3)$$

Die Gesamtfläche ist somit

$$A_{\text{ges}} = 4r^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{x_0}{r} \right) - \frac{1}{2} x_0 \sqrt{r^2 - x_0^2} \quad (4.4)$$

Die Veränderung der Kontaktfläche in Abhängigkeit von der Zeit ist bei Strichlängen bis zum halben Durchmesser des Spiegels noch nahezu linear (siehe Abb. 3) und wird erst bei größeren Strichlängen zunehmend nicht-linear, womit sich der Druck

$$P_0 = \frac{P_{\text{ges}}}{A_{x_0}} \quad (5)$$

gleichermaßen verhält.

Die durch Rotation erzeugte Geschwindigkeit muss ebenfalls linear vom Radius abhängen, da

$$s = 2\pi r$$

$$s \sim t$$

und

$$v = \frac{s}{t}$$

gilt, was bedeutet, dass die Rotationsgeschwindigkeit von randnahen Punkten größer ist als die der zentralen Punkte. Da die Gesamtgeschwindigkeit sich aus der konstanten Translation und der radiusabhängigen Rotation zusammensetzt, verhält sich diese genauso.

Wie oben gezeigt, verhalten sich die Hauptfaktoren für den Abtrag linear zu der Änderung von Zeit und Radius. Diese linearen Abhängigkeiten lassen also noch keine Rückschlüsse auf eine zwingend sphärische Form des Spiegels zu.

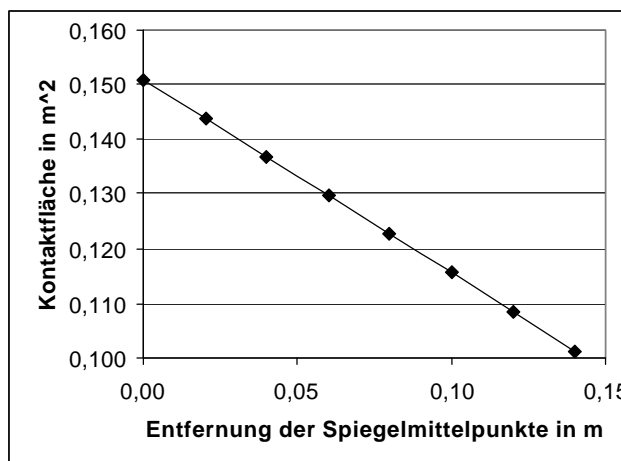


Abb. 3: Kontaktfläche in Abhängigkeit vom Radius

3. Oberflächenmessung

Um die Aussage, dass sich bei Spiegel und Gegenstück verschiedene Oberflächenformen ergeben, zu überprüfen, musste ich die Oberfläche vermessen. Ein optisches Ausmessen, wie mit der Schattenprobe nach Foucault beim polierten Spiegel, ist nicht möglich, da der Spiegel zu diesem Zeitpunkt aufgrund seiner noch sehr rauhen Oberfläche fast kein Licht reflektiert. Zwar gibt es für solche Messungen in der optischen Industrie so genannte Sphärometer, mit der die Krümmung einer Oberfläche sehr exakt bestimmt werden kann, doch mir stand nichts dergleichen zu Verfügung.

Die Höhendifferenz h eines Spiegels, wie ich ihn verwende (Spiegeldurchmesser $d = 155\text{mm}$, Krümmungsradius $r = 1995\text{ mm}$), vom Rand zur Mitte ergibt sich nach folgender Formel

$$h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (6)$$

zu 1,5 mm. Eine direkte Messung ist in dieser Größenordnung für mich nahezu unmöglich, wenn man ein gutes Oberflächenprofil erhalten möchte, auf dem eventuelle Abweichungen von der sphärischen Form zu erkennen sein sollen. Die einzige praktikable Möglichkeit besteht darin, diese Höhendifferenz soweit zu vergrößern, dass sich die Werte mit hinreichender Genauigkeit ablesen lassen.

3.1 Aufbau

Bei meiner Messapparatur nutze ich den 2. Strahlensatz. Je kleiner das Verhältnis von a zu b (siehe Abb. 4) desto kleiner auch das Verhältnis von c zu d . So kann ich die kleinen Höhendifferenzen auf dem Spiegel vergrößern. Der Aufbau (siehe Abb. 5) erfordert

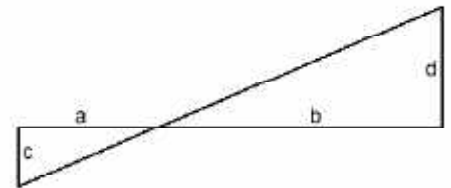


Abb. 4: 2. Strahlensatz

einen langen, möglichst stabilen, aber leichten Stab, um die Größenverhältnisse zu übertragen. Für die Messung habe ich ein Aluminiumrohr mit einem Durchmesser von 1 cm verwendet, weil nur dieses die erforderliche Länge und Stabilität aufweist. Das Rohr ist 2,5 m lang und nach etwa 0,5 m aufgehängt. (Eine genaue Angabe ist nicht nötig, da es nicht um die absolute Höhendifferenz geht.) Die kurze Seite wird mit einem Gewicht versehen, sodass das Rohr automatisch die gewünschte Position einnimmt und

der Druck auf den Spiegel nicht zu groß ist. Dieser wird mit acht Markierungen für die verschiedenen Messpunkte versehen, die von der Mitte ausgehend in 1 cm Abständen angezeichnet sind. Dabei gehe ich davon aus, dass der Spiegel rotationssymmetrisch ist und somit die Messwerte auf alle Punkte gleichen Radius übertragbar sind. An diesen Punkten wird bei der Messung der am Aluminiumrohr angebrachte Holzstab aufgesetzt. An der längeren Seite des Messstabes kann an einem Lineal die Differenz zu einem Referenzwert abgelesen werden.

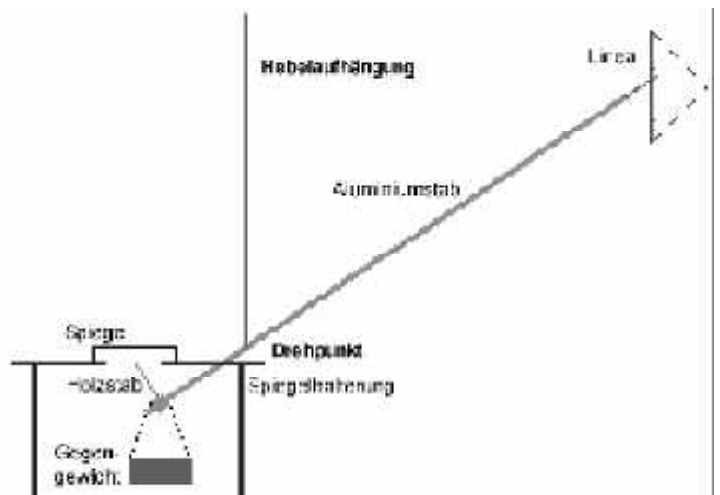


Abb. 5: Versuchsaufbau bei der Oberflächenmessung

3.2 Durchführung und Ergebnisse

Zuerst musste ich sicherstellen, dass die Messgenauigkeit der Apparatur ausreichend ist. Dazu habe ich die ersten Messungen an meinem Spiegel durchgeführt. Bei ausreichender Messgenauigkeit musste dieser Spiegel eine sphärische Messkurve liefern. Erst nach einigen Probemessungen war die Genauigkeit der Messwerte hoch genug. Verbessern konnte ich die Ergebnisse, indem ich das Gegengewicht so auswählte, dass der Stab nahezu ohne Widerstand vom Spiegel zu lösen war. Zudem muss er durch seitlich angebrachte Führungsschienen stabilisiert werden, sodass eine Verdrehung des Stabes ausgeschlossen und die Pendelbewegung gedämpft wird. Als letztes muss das Verstellen des Spiegels ohne Berührung des Holzstabes passieren, um ein Verziehen der Apparatur auszuschließen. Für die Probemessung habe ich drei Messreihen durchgeführt, um eine hohe Signifikanz zu garantieren, dabei habe ich die in Tabelle 1 und Abbildung 6 dargestellten Ergebnisse erhalten. Die Kurve der Mittelwerte ist eindeutig sphärisch mit Ausnahme des ersten Messpunktes. In Tabelle 1 ist aber zu erkennen, dass nur der erste Messwert in Messreihe 1 offensichtlich ungenau ist, die Messwerte ansonsten aber eine den Erwartungen entsprechende Kurve liefern.

Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3	Mittelwert
2,21	2,14	1,58	1,977
2,28	2,13	1,58	1,997
2,28	2,12	1,58	1,993
2,31	2,15	1,6	2,020
2,29	2,22	1,67	2,060
2,32	2,3	1,73	2,117
2,45	2,35	1,86	2,220
2,68	2,48	2,05	2,403

Tab. 1: Messwerte für Spiegeloberfläche

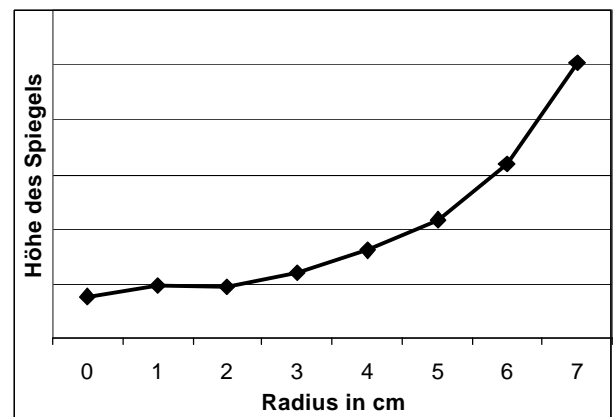


Abb. 6: Diagramm für Spiegeloberfläche

m1	m2	m3	m4	Mittelwerte
1,83	1,8	1,74	1,72	1,7725
1,82	1,81	1,74	1,72	1,7725
1,82	1,81	1,73	1,69	1,7625
1,75	1,74	1,7	1,62	1,7025
1,62	1,69	1,63	1,59	1,6325
1,48	1,58	1,52	1,47	1,5125
1,38	1,33	1,42	1,22	1,3375
1,31	1,28	1,26	1,13	1,2450

Tab. 2: Messwerte für Oberfläche des Gegenstückes

Für die Oberflächenmessung des Gegenstückes habe ich vier Messreihen durchgeführt um eine möglichst verlässliche Kurve zu erhalten. Bei den Messwerten (Tab. 2, Abb. 7) ist kein einziger heraus fallender Messwert festzustellen. Die Kurve der Mittelwerte liefert aber keineswegs einen Kreisausschnitt. Am auffälligsten ist der Messwert 7, der bei drei von vier Messreihen etwas zu niedrig zu liegen scheint. Das, was mit diesem Versuch zu zeigen war, nämlich die Überhöhung des Spiegels in einer Kreiszone, ist in allen Messreihen und auch an den Mittelwerten zu erkennen. Die ersten drei Messwerte liegen nahezu auf einer Höhe, während die folgenden Werte stark abfallen. Dadurch entsteht der „Knick“ beim Messpunkt drei.

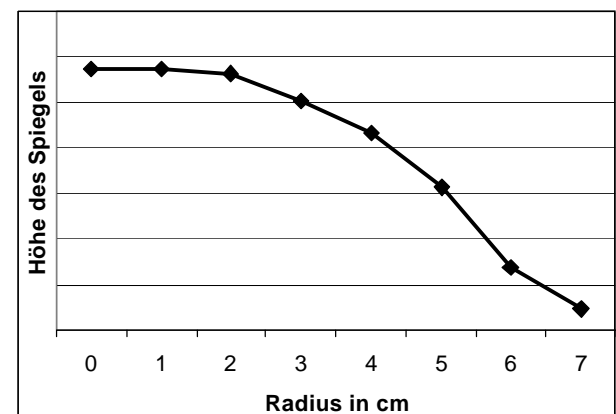


Abb. 7: Diagramm für Oberfläche des Gegenstückes

3.3 Präzisierung der Oberflächenmessung

Eine mir seit kurzem zur Verfügung stehende präzise Messuhr mit einer Genauigkeit von 10µm erlaubte mir eine erneute Vermessung der Oberflächen von Spiegel und Gegenstück, um meine doch etwas ungenauen Messergebnisse der ersten Messung zu überprüfen. Dafür wurde die Messuhr höhenverstellbar an einer stabilen Brücke befestigt (siehe Abb. 8), sodass sie auf jedem Punkt der Spiegeloberfläche aufgesetzt werden konnte. Die Messung wurde auf einer Glasplatte durchgeführt, um keine Unebenheiten in der Auflagefläche zu haben.

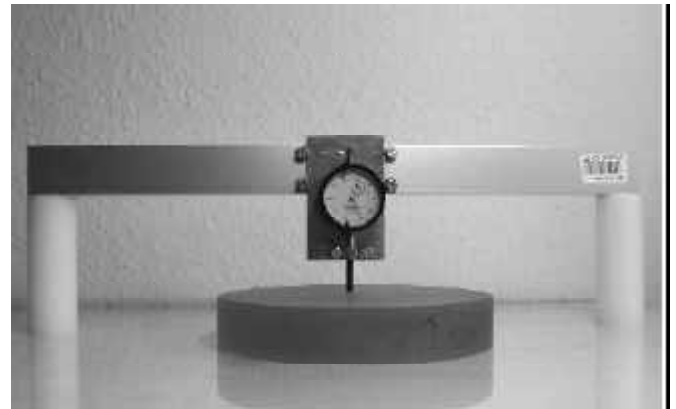


Abb. 8: Versuchsaufbau

Es sollen im Folgenden aus Platzgründen keine Messwerttabellen sondern nur graphische Darstellungen verwendet werden. Alle dargestellten Messergebnisse sind die aus jeweils drei einzelnen Messreihen gemittelten Werte.

3.4 Durchführung und Ergebnisse

Um die Messgenauigkeit zu überprüfen, habe ich zunächst meinen Referenzspiegel vermessen, der eine bereits parabolische Form hat und auf ca. eine Wellenlänge genau ist. In Abb. 9a ist die daraus entstandene, bemerkenswert genaue Kurve mit der entsprechenden parabolischen Trendlinie zu sehen.

Bei den beiden anderen vermessenen Spiegeln und ihren Gegenstücken handelt es sich um unfertige Exemplare, die jedoch bereits eine sphärische Form haben und deren Trendlinien dementsprechend Kreisausschnitte sein sollten.

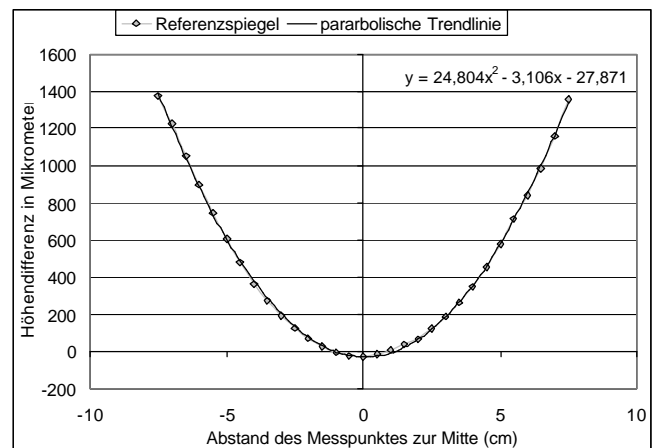


Abb. 9a: Ergebnis der Messung am Referenzspiegel

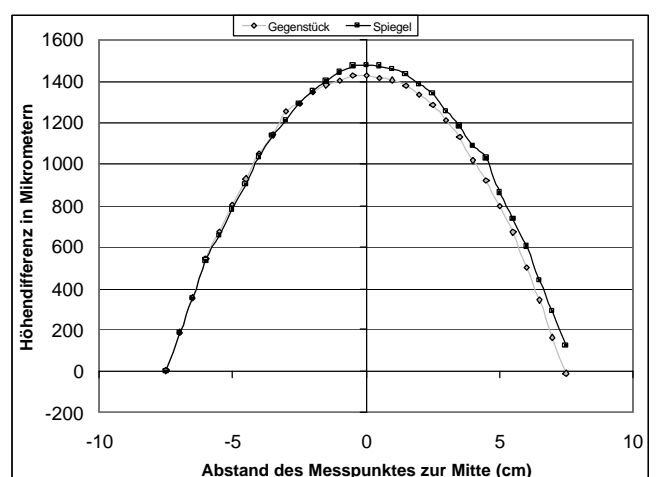
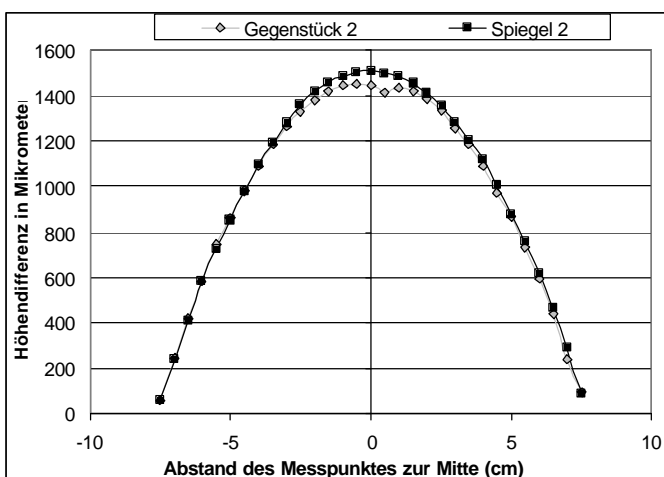


Abb. 9b: Vergleich der Spiegel mit ihren Gegenstücken

Bei der Auswertung der Ergebnisse für Spiegel wie Gegenstücke lässt sich in allen vier Fällen eine relativ gute Übereinstimmung mit den Trendlinien feststellen. Dennoch lässt sich von der Form an sich kein Unterschied zwischen den Spiegeln und ihren Gegenstücken feststellen. Somit ist die Behauptung, das Gegenstück sei im mittleren Bereich abgeflacht und nicht sphärisch, hinfällig. Der direkte Vergleich der Messkurven von Spiegel und Gegenstück zeigt aber, dass der Krümmungsradius beim Gegenstück in beiden Fällen signifikant kürzer ist, als bei den Spiegeln, was auch in den Diagrammen (Abb. 9b) zu erkennen ist.

Damit kann ich die Behauptung, dass Spiegel und Gegenstück eine unterschiedliche Form haben, nur dahingehend bestätigen, dass der Unterschied in der Krümmung der Oberfläche zu besteht. Des Weiteren lässt sich die Zuverlässigkeit der verwendeten Schleifmethode bestätigen, da beide Spiegel mit dem Ziel einer exakt gleichen Spiegelform geschliffen wurden. Die Auswertung der Messergebnisse ergab für beide Spiegel einen Krümmungsradius von 2120 mm. Erstaunlich ist dabei, dass die Gegenstücke dagegen deutlich unterschiedliche Krümmungsradien (1940 mm und 2060 mm) aufweisen, was für einen geringen Einfluss der Form des Gegenstücks auf die Spiegelform spricht.

4. Programm

Das Programm ist in Visual Basic 6.0 geschrieben und simuliert den Schleifvorgang bei zentrischer Schleifbewegung. Dabei wird für einen frei wählbaren Punkt dessen Bahn, der Druck und die Geschwindigkeit, sowie für ein Punktraster auf der Spiegeloberfläche der Gesamtabtrag berechnet und graphisch dargestellt.

Die Berechnung der Werte erfolgt zeitabhängig, wie auch die Schleifbewegung selbst. Der Abtrag wird in kurzen Zeitabständen für die in diesem Zeitintervall zurückgelegte Bahn berechnet, um so eine gute Annäherung an den tatsächlichen Abtrag zu erreichen. Die Berechnungen werden in einem Koordinatensystem ausgeführt, dessen Ursprung der Mittelpunkt der Glasscheiben in Ausgangsposition ist. Um die Berechnung des Abtrages zu vereinfachen wird die Gegenrotation durch einen Schritt zu Seite nur für den angezeigten Punkt tatsächlich ausgeführt. Alle anderen Punkte sind in einem Datenfeld gespeichert und die Abträge werden in diesem Datenfeld rotiert, indem sie anderen Punkten zugeordnet werden. Im Programm können verschiedene Werte für die Strichlänge und den Drehwinkel angegeben werden, um den Einfluss auf die Spiegelform zu überprüfen (siehe Programmauszug auf der nächsten Seite).

Die Teilbewegungen werden einzeln berechnet und anschließend vektoriell addiert. Um die Translationsbewegung zeitabhängig berechnen zu können verwende ich die Periodizität der Winkelfunktionen, so ist die Translation

$$y = y_{\max} \sin(2\pi f \cdot t) \quad (7)$$

wobei f die Anzahl der Translationen pro Sekunde ist.

Die Rotation lässt sich mit

$$x = r \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \quad \text{bzw.} \quad y = r \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \quad (8)$$

In Abhängigkeit von der Zeit t und dem Radius r bestimmen.

Der Druck wird mit den Gleichungen (4.4) und (5) (Kapitel 2.1.2) berechnet. Anschließend werden für

den Abtrag Momentangeschwindigkeit und Druck multipliziert (siehe Gleichung (2)). Die Ergebnisse ergeben keine absoluten, sondern nur relative Abtragswerte, da ich die Konstante K nicht kenne. Sie dient in dem Programm lediglich dazu, die Höhe des Abtrages so einzustellen, dass sich die Ergebnisse gut auswerten lassen.

```

While j < 800
  i = 0
  While i < Dauer
    t = t + 0.002
    'Kreis
    yMid = yRad * Sin(2 * PI / 2 * t)
    xMid = xRad * Cos((2 * PI / 2 * t) - PI / 2)
    'Druck
    x0 = Sqr(xMid ^ 2 + yMid ^ 2) / 20000
    druck = 7 / (4 * (0.15 ^ 2 * (PI / 2 - arcsin(x0 / 0.15)) - x0 / _
      2 * Sqr(0.15 ^ 2 - x0 ^ 2)))
    xZeichnen = Radius * Sin(2 * PI / Umlaufzeit * (t + z)) + xMid
    yZeichnen = Radius * Cos(2 * PI / Umlaufzeit * (t + z)) + yMid
    If Zeichnen = True Then
      'neuzeichnen
      picAnimat.Cls: picAnimat.ForeColor = vbBlack: picAnimat.DrawWidth = 1
      picAnimat.Circle (0, 0), 1500
      picAnimat.Line (0, -3000)-(0, 3000): picAnimat.Line (-3000, 0)-(3000, 0)
      'Kreis
      picAnimat.ForeColor = vbBlue: picAnimat.DrawWidth = 2
      picAnimat.Circle (xMid, yMid), 1500
      tbxDruck = Format(druck, "#0.0")
    End If
    For m = 1 To 10
      For n = 1 To 36
        'Markierung berechnen
        xmark = Spiegel(m, n).Radius * 10 * Sin(2 * PI / _
          Umlaufzeit * (t + Spiegel(m, n).aktTime)) + xMid
        ymark = Spiegel(m, n).Radius * 10 * Cos(2 * PI / _
          Umlaufzeit * (t + Spiegel(m, n).aktTime)) + yMid
        If Sqr(xmark ^ 2 + ymark ^ 2) < 1500 Then
          'Geschwindigkeit berechnen
          Gamma = PI / 2 - Spiegel(m, n).Winkel
          If xmark > 0 Then sign = -1 Else sign = 1
          vTrans = RadMax / 2000 * Cos(PI * t)
          vRot = sign * 2 * PI * (Spiegel(m, n).Radius / 1000) * (1 / Umlaufzeit)
          Geschw = Sqr((vTrans + Cos(Gamma) * vRot) ^ 2 + (Sin(Gamma) * vRot) ^ 2)
          Spiegel(m, n).Abtrag = Spiegel(m, n).Abtrag + druck * Geschw * 0.000001
        End If
        If Spiegel(m, n).Zeichnen And Zeichnen = True Then
          'Markierung zeichnen
          picAnimat.ForeColor = vbRed: picAnimat.DrawWidth = 1
          picAnimat.Circle (xZeichnen, yZeichnen), 50
          picDruck.PSet (xZeichnen / 2, yZeichnen / 2), farbe(druck)
          'Geschw zeichnen
          tbxGeschw = Format(Geschw, "#0.0000")
          picGeschw.PSet (xZeichnen / 2, yZeichnen / 2), farbengeschw(Geschw)
        End If
      Next n
    Next m
    DoEvents
    If cmbAbbr.Enabled = False Then GoTo Ende
    i = i + 1
  Wend
  Pause (3)
  j = j + 1
  xRad = -RadMax * Cos((2 * PI * j / 13) - PI / 2)
  yRad = -RadMax * Sin((2 * PI * j / 13) - PI / 2)
  "Drehen" der Werte im Datenfeld
  For m = 1 To 10
    SpZeichnen = Spiegel(m, 1).Zeichnen
    SpAbtrag = Spiegel(m, 1).Abtrag
    For n = 1 To 35
      Spiegel(m, n).Zeichnen = Spiegel(m, n + 1).Zeichnen
      Spiegel(m, n).Abtrag = Spiegel(m, n + 1).Abtrag
    Next n
    Spiegel(m, 36).Zeichnen = SpZeichnen
    Spiegel(m, 36).Abtrag = SpAbtrag
  Next m
Wend

```

Wend

Programmcode der Hauptschleife zur Berechnung des Schleifabtrages

Die Auswertung erfolgt über eine Graphikausgabe, mit der die verschiedenen Abträge in unterschiedlichen Farben dargestellt werden und über eine Textdatei, in die die Rohwerte geschrieben werden und z.B. in Excel importiert werden können.

Das Programm kann immer nur eine Annäherung an die Realität liefern, da wie schon in Kapitel 2.1.2 beschrieben, bestimmte Faktoren vernachlässigt werden müssen.

4.1 Ergebnisse

4.1.1 Druck und Geschwindigkeit

Mit dem Programm lassen sich Druck und Geschwindigkeitsverläufe für einzelne Punkte auf dem Spiegel festhalten. Dunkle Linien (im Original rot) bedeuten großen Druck bzw. hohe Geschwindigkeit, helle Linien (grün) bedeuten entsprechend niedrigen Druck und Geschwindigkeit. Alle Linien, die über das Gegenstück hinausragen - in den Abbildungen durch den Kreis gekennzeichnet - tragen nicht zum Abtrag bei und sind somit uninteressant. In den Abbildungen 10 und 11 ist der Druck im Laufe der Simulation für einen Punkt nahe der Spiegelmitte (Abb. 10, CD) und einen Punkt nahe dem Rand (Abb. 11, CD) zu sehen. Dabei ist auffällig, dass bei zentral liegenden Punkten der überwiegende Bereich hell gefärbt ist und ein großer Teil der Bereiche, in denen großer Druck ausgeübt worden wäre, außerhalb der Kreisfläche liegt. Im zweiten Fall - der am Rand liegenden Punkte - ist das Verhältnis von großem und kleinem Druck bei außerhalb der Kreisfläche liegenden Punkten etwa ausgeglichen. Bei der Geschwindigkeit verhält es sich, wie in den Abbildungen 12 und 13 zu sehen, genau umgekehrt. Daraus lässt sich schließen, dass der Druck beim Abtrag an zentral liegenden Punkten eine geringere Rolle spielt als an randnahen Punkten, wo eher die Geschwindigkeit wichtig ist. Somit könnte hierin ein entscheidender Faktor für die sphärische Spiegelform liegen, da offensichtlich Druck und Geschwindigkeit auf verschiedene Punkte einen unterschiedlichen Einfluss haben. Noch wichtiger ist vielleicht aber die Tatsache, dass ein Punkt, je weiter er von der Mitte entfernt liegt, viel häufiger über den Rand des Regestückes hinausgelangt, als zentral gelegene Punkte.

4.1.2 Abtrag

Die Möglichkeit des Programms, den Abtrag graphisch darzustellen (siehe Abb. 14), zeigt deutlich, dass der Abtrag durch die gegenläufigen Rotationen radial wird und in der Abbildung durch dunkle Farben dargestellt, der höchste Abtrag in der Mitte ist.

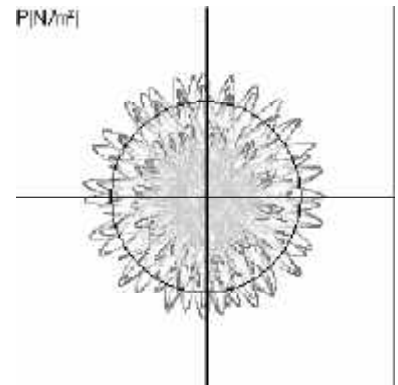


Abb. 10: Druckverlauf bei großer Strichlänge für zentralen Punkt, CD

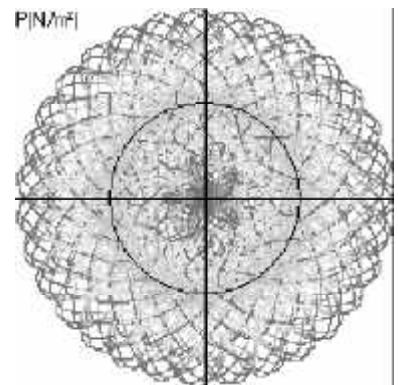


Abb. 11: Druckverlauf bei großer Strichlänge für randnahen Punkt, CD

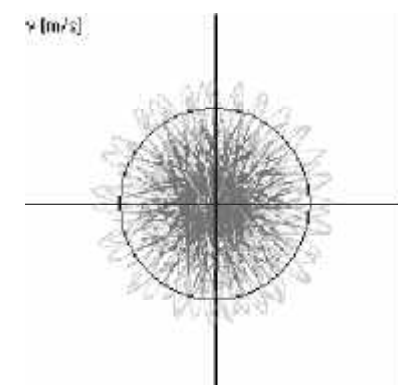


Abb. 12: Geschw.-verlauf bei großer Strichlänge für zentralen Punkt, CD

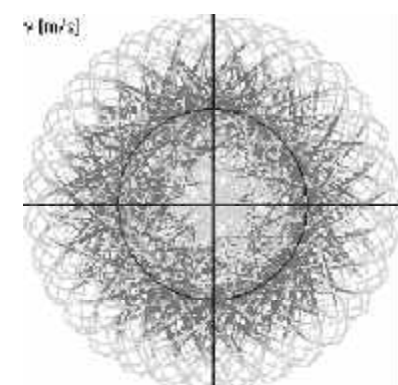


Abb. 13: Geschw.-verlauf bei großer Strichlänge für randnahen Punkt, CD

Wie ähnlich die Daten sind, sieht man, wenn man die mittlere Abweichung vom Mittelwert der Daten eines Radius ansieht. Für die Werte des Radius 90 mm beträgt diese Abweichung nur 0,041 %. Im realen Fall mag diese Abweichung ungleich höher liegen, weil der Mensch eben den Spiegel nicht gleichmäßig schleift und dreht, was aber selbst dann noch ein sehr kleiner Fehler sein dürfte. Zudem führt man während des Schleifens deutlich mehr Schleifbewegungen als in der Simulation aus, womit der menschliche Fehler noch weiter reduziert werden dürfte.

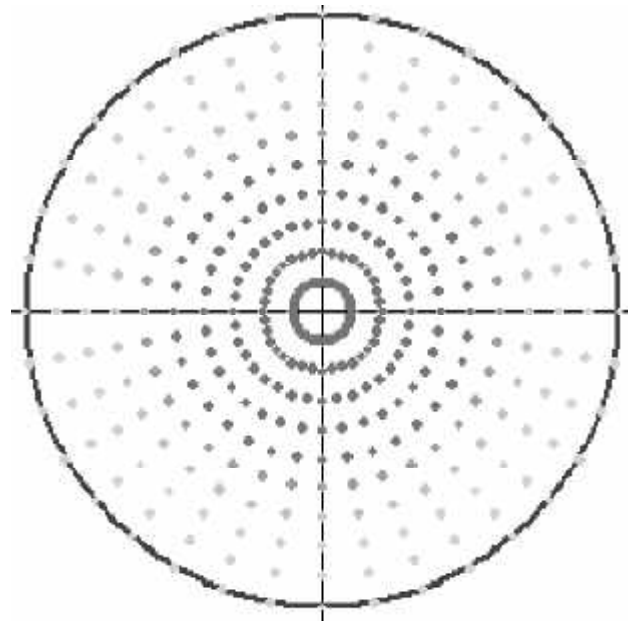


Abb. 14: Abtrag in der Simulation, CD

Um allerdings sagen zu können, welche Form der Spiegel tatsächlich hat, reicht diese Darstellung nicht aus. Für die Auswertung beschränke ich mich auf die Daten eines Winkels, da ich bereits zeigen konnte, dass die Simulation einen rotationssymmetrischen Spiegel liefert. In Abbildung 15 (Rohdaten siehe Anhang) sind die Abträge des Winkels 10° gegen die Radien aufgetragen. Bei der Analyse der Kurve wird schnell klar, dass es sich weder um eine lineare noch um eine polynomische oder exponentielle Funktion handelt. Damit liegt die Vermutung nahe, dass die Kurve tatsächlich ein Kreisausschnitt ist, und somit, da es sich um eine transzendente Gleichung handelt, die Trendlinie manuell bestimmt werden muss. Die allgemeine Gleichung für einen Kreis lautet

$$f(x) = \sqrt{r^2 - (x + a)^2} + b \tag{9}$$

Durch Variieren der Konstanten r, a und b kann eine Annäherung an die gesuchte Kurve erreicht werden. In diesem Fall scheinen die Werte (mal abgesehen, von kleinen Abweichungen in den Konstanten) exakt mit dem Kreisausschnitt überein zu stimmen. Lediglich der äußerste Punkt mit dem Radius 75 mm fällt aus der Kurve heraus. Die Vermutung liegt allerdings nahe, dass es sich dabei um einen Fehler im Programm und nicht um ein allgemeines Problem handelt, da bei diesen Werten durch Rundungsfehler Werte auftreten können, die zu falschen Ergebnissen führen, auch wenn ich den Fehler nicht beheben konnte.

An dieser Stelle ist es sinnvoll, noch einmal zu bemerken, dass die Simulation zu jedem Zeitpunkt die Oberflächenform unberücksichtigt lässt. Damit ist die Theorie, die Oberflächen würden sich während des Schleifprozesses einander anpassen (siehe Kapitel 2.1.2), hinfällig, denn der Spiegel gelangt ganz offensichtlich auch ohne „Anpassung“ der Oberflächen zu einer perfekt sphärischen Form. Dass dieser Effekt im realen Schleifprozess eine Rolle spielt, ist selbstverständlich dadurch nicht in Frage gestellt.

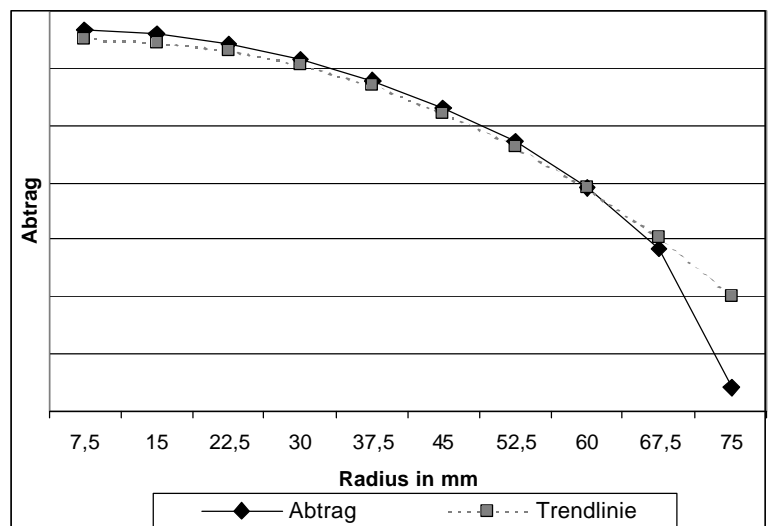


Abb. 15: Spiegelform in der Simulation mit kreisförmiger Trendlinie

4.1.3 Berechnung ohne Randübertritt

Da mein Programm die bereits berechneten Abträge nicht in die weiteren Berechnungen mit einbezieht, lässt sich eine weitere interessante Beobachtung machen. Lässt man das Programm laufen, ohne dass die Punkte bei Randübertritt aus der Berechnung genommen werden, so ergibt sich, wie in Abbildung 16 (Rohdaten siehe Anhang) zu sehen ist, eine perfekte parabolische Kurve, wobei jetzt der Abtrag gerade umgekehrt ist, am Rand am größten und in der Mitte am kleinsten. Diese Beobachtung zeigt die Bedeutung des Randübertrittes für die sphärische Form. Nur dadurch, dass Werte aus der Berechnung herausfallen, wird die sphärische Form verursacht.

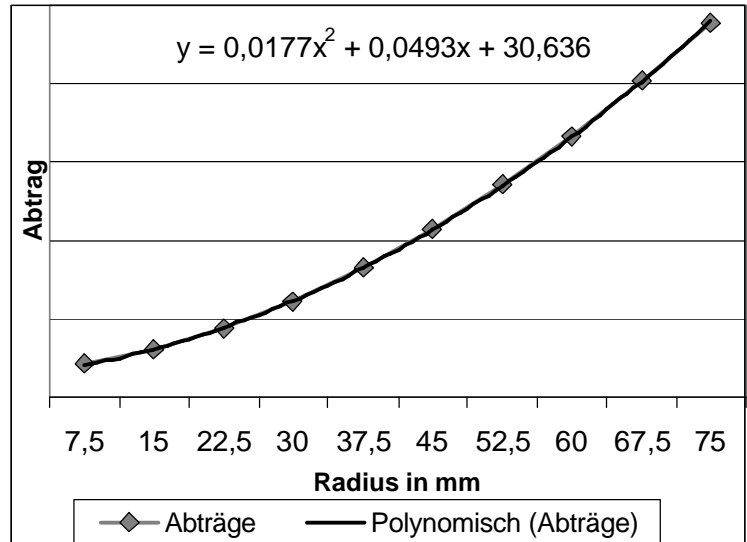


Abb. 16: Spiegelform in der Simulation mit Abtrag ohne Berücksichtigung des Randübertrittes

4.1.4 Variation der Parameter

Bei der Variation der Parameter lässt sich feststellen, dass der Drehwinkel pro Strich keine nennenswerten Auswirkungen auf die Form des Spiegels hat, zumindest solange er klein im Vergleich zur Translationsbewegung ist. Wird die Strichlänge jedoch kleiner als der Spiegelradius, so verschiebt sich der Bereich des größten Abtrages von der Mitte in Richtung Randzone. In Abbildung 17 (Rohdaten siehe Anhang) ist

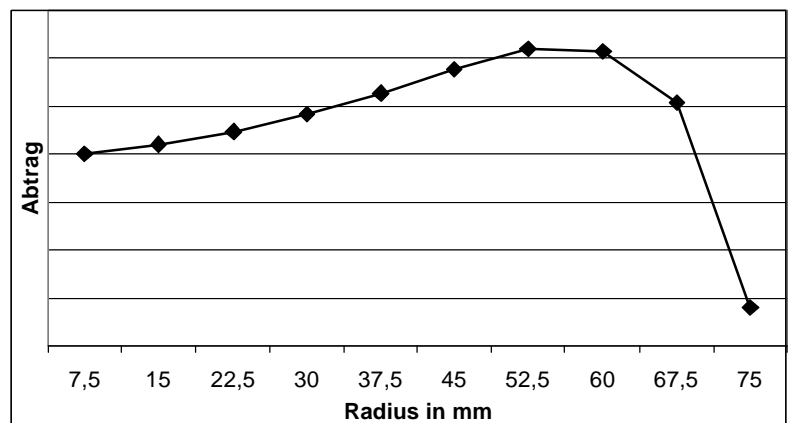


Abb. 17: Spiegelform in der Simulation mit Strichlänge 20% des Radius

ein Beispiel mit einer Strichlänge von nur 20 % des Spiegelradius wiedergegeben. Der Bereich mit dem höchsten Abtrag hat sich fast bis zum Rand verschoben. (Der äußerste Wert fällt wie üblich zu niedrig aus.) So lässt sich auch erklären, warum mit sehr kurzen Schleifbewegungen eine Verkürzung der Brennweite des Spiegels möglich ist und wie über die Strichlänge die Spiegelzone bestimmt werden kann, in der der Abtrag am größten sein soll. Die Ursache für dieses Phänomen ist leicht zu erklären. Zentrale Punkte bewegen sich immer auf dem Gegenstück und zu jedem Zeitpunkt findet ein Abtrag statt. Deshalb verhalten sie sich wie die Punkte in Kapitel 4.1.3 und der Abtrag nimmt nach außen hin zu (s. a. Abb. 16). Bei Punkten nahe dem Spiegelrand ergibt sich sehr wohl ein Randübertritt (s. a. Abb. 15), was in diesem Bereich zu einer Kurve wie beim normalen Abtrag mit Randübertritt (siehe Kapitel 4.1.2) führt.

Bei Strichlängen größer als der Spiegelradius ergibt sich immer eine sphärische Form. Warum sich der Bereich mit dem höchsten Abtrag hier immer in der Spiegelmitte befindet und trotz der unterschiedlichen Strichlängen eine sphärische Form ergibt, wäre noch zu klären.

5. Zusammenfassung der Ergebnisse

In meiner Arbeit habe ich zwei entscheidende Erkenntnisse über das Zustandekommen der sphärischen Form gewonnen. Zuerst einmal kann ich die Preston-Gleichung (Gleichung 1) und damit auch Zeit, Druck und Geschwindigkeit als Hauptfaktoren für den Abtrag mit meinen Ergebnissen bestätigen. Diese Faktoren sind aber dennoch nicht allein entscheidend für die sphärische Form. Der Hauptfaktor dafür ist die Dauer des Abtrages, die durch den Randübertritt bestimmt wird.

Damit ist die Theorie widerlegt, die besagt, der Abtrag würde durch den unterschiedlichen Druck an verschiedenen Spiegelzonen bestimmt. Denn betrachtet man nur Druck und Geschwindigkeit ohne Randübertritt, so nimmt der Abtrag zum Rand hin zu. Auch die zweite Theorie, die einzige mögliche Form zweier Flächen, die sich übereinander bewegen, sei die kugelförmige, weil alle Erhebungen sofort abgeschliffen werden, kann nicht stimmen, da meine Simulation jegliche Oberflächenformen des Spiegels ignoriert und trotzdem zur sphärischen Form kommt und ich die unterschiedlichen Formen von Spiegel und Gegenstück bestätigen konnte.

Auch wenn ich mit meiner Arbeit einige Fragen klären konnte, bleibt vieles weiterhin offen, nicht zuletzt die seltsame Form des Gegenstückes oder wie der Randübertritt zwingend zu einer exakt sphärischen Form führt.

Quellen

- [1] D. D. Maksutov, Technologie der astronomischen Optik, VEB Verlag Technik, Berlin 1954
- [2] Dr. G. Reiter, Das Omegapolierverfahren (2.Teil), Vortrag 2. Fachausstellung Präzisionsoptik, Löhnberg, 19. – 22.04.1989
- [3] Bronstein - Semedjajew, Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Moskau 1956
- [4] Hans Rohr, Das Fernrohr für Jedermann, Orell Füssli Verlag, Zürich 1972

Danksagung

Mein erster Dank geht dieses Mal an die wieder einmal erfolgreichen Motivationsversuche meines Betreuungslehrers Thomas Biedermann, ohne die ich niemals diese Arbeit geschrieben hätte (was ich im Nachhinein natürlich nicht mehr nachvollziehen kann...), dann an Martin Trittelvitz, der mit einer Engelsgeduld meine Fragen beantwortet hat, meinen Freund, der meine Stress-Schlechtelaune-Attacken so gelassen hingenommen hat und natürlich Susanne Biedermann für die hervorragende Verpflegung.